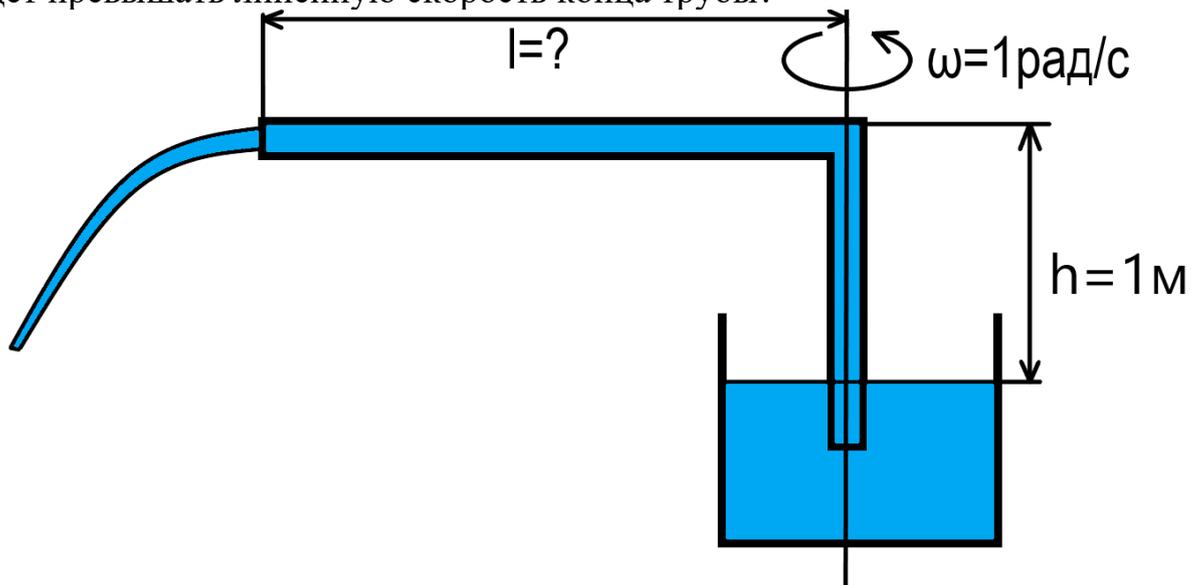


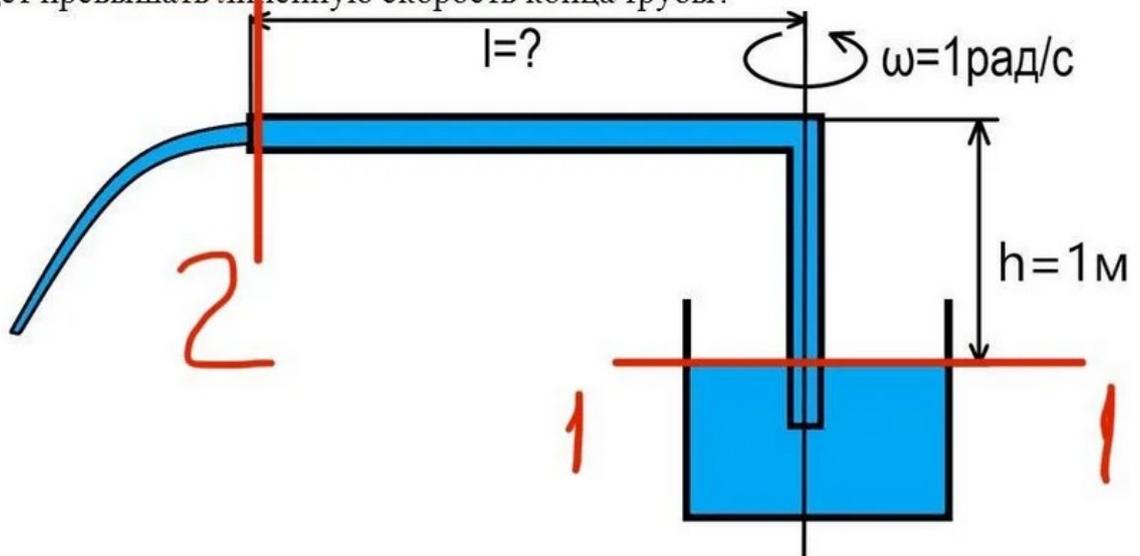
## Новое задание по физике

### Описание

Труба с внутренним диаметром 0,03м Г-образной формы погружена одним концом в сосуд с водой под прямым углом. Параллельный поверхности воды участок трубы находится на высоте 1м от этой поверхности и вращается вокруг оси, которая совпадает с центром перпендикулярного поверхности воды участка трубы, с угловой скоростью 1рад/с. При какой длине параллельного поверхности воды участка трубы скорость истечения воды будет превышать линейную скорость конца трубы?



Труба с внутренним диаметром 0,03м Г-образной формы погружена одним концом в сосуд с водой под прямым углом. Параллельный поверхности воды участок трубы находится на высоте 1м от этой поверхности и вращается вокруг оси, которая совпадает с центром перпендикулярного поверхности воды участка трубы, с угловой скоростью 1рад/с. При какой длине параллельного поверхности воды участка трубы скорость истечения воды будет превышать линейную скорость конца трубы?



Это сечения.

Дата

Date

1. Возьмем элементарную струйку потока и выделим сечениями 1 и 2 участок этой струйки произвольной длины (рис. 1)

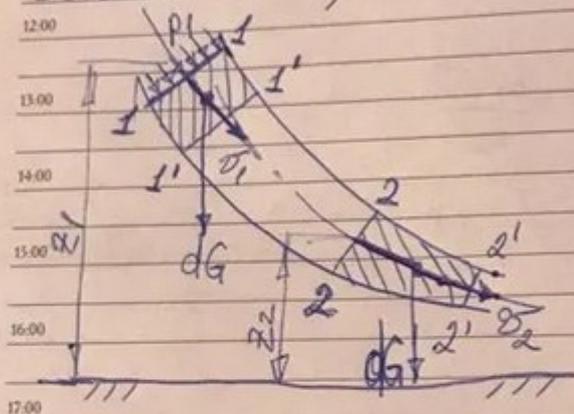


Рис. 1

Пусть площадь первого сечения равна  $dG_1$ , скорость в нем  $v_1$ , давление  $p_1$ , а высота центра тяжести сечения, отсчитанная от произвольной горизонтальной плоскости сравнения,  $z_1$ . Во

Дата

Date

втором сегменте соответственно  
 $z_1, r_2$  и  $z_2$ .

За бесконечно малый промежуток времени  $dt$  выделенный участок струйки переместится в положение  $1'-2'$ .

Применим к массе ниточки в объеме струйки теорему механики о том, что работа

сил, приложенных к телу, равна приращению кинетической энергии этого тела. Такими силами

в данном случае являются  
Важное Important  
сила давления, сила тяжести, центробежная сила, вызванная вращением трубки.

Дата

Подсчитаем работу сил давле-

ния, силы тяжести, электростатиче-

ские и упругие силы.

Экспериментальная установка

за время  $dt$ .

Работа сил давления в

первой сегменте положительна, т.к.

направленные силы совпадают с

направлением перемещения, и

выражается как произведение

силы  $p \cdot dS$  на путь  $v \cdot dt$ :

$$p \cdot dS \cdot v \cdot dt$$

Важное Important

Работа сил давления во второй

сегменте имеет знак минус, т.к.

направленные силы прямо проти-

воположно направлению переме-

Дата

Date

щелка, и определяется выраже-  
нием:

$$-p_2 dS_2 \vec{v}_2 dt.$$

Итак, работа сил давления:

$$p_1 dS_1 \vec{v}_1 dt - p_2 dS_2 \vec{v}_2 dt.$$

Работа сил тяжести равна  
возмещению потенциальной энергии  
положения участка струйки, по-  
этому часть из энергии положения  
и скорости в объеме 1-2 вытесит  
энергию положения и скорости  
в объеме 1'-2'. При этом энергия  
положения промежуточного объема  
1-2 сократится и останется лишь  
разность энергий элементов 1-1'  
и 2-2'. Учитывая уравнение

Дата

Date

неразрывности ( $Q = \text{const}$ ), отсюда  
это объемы, а следовательно  
и силы тянущести заштрихованных  
элементов 1-1' и 2-2' равны  
между собой:

$$dG = \rho g v_1 dS_1 dt = \rho g v_2 dS_2 dt.$$

Тогда работа силы тянущести  
выразится как произведение  
разности высот на силу тя-  
нущести  $dG$ :

$$(z_1 - z_2) dG.$$

Важное Important

Работа центробежной силы  
определяется как произведение  
силы на перемещение:

$$\frac{m}{l} (\omega^2 l^2) v_1 dt = \frac{m}{l} (\omega^2 l^2) v_2 dt.$$

Дата

Date

Чтобы подсчитать приращение кинетической энергии рассматриваемого участка струйки за время  $dt$  необходимо из кинетической энергии объема  $1'-2'$  вычесть кинетическую энергию объема  $1-2$ . При этом кинетическая энергия праченуемого объема  $1'-2$  сократится и останется лишь разность кинетических энергий элементов  $2-2'$  и  $1-1'$ , сила тяжести каждого из которых равна  $dG$ . Таким образом, приращение кинетической энергии равно:

Важное Important

$$\frac{dG}{2g} (v_2^2 - v_1^2).$$

Дата

Date

Сложив работы от давления,  
 силы тяжести и центробежной  
 силы и приравняв эту сумму  
 приращению кинетической энергии,

получим:

$$p_1 dS_1 v_1 dt - p_2 dS_2 v_2 dt + (z_1 - z_2) dG + \frac{m}{\rho} (\omega^2 l^2) v_1 dt = \frac{dG}{2g} (v_2^2 - v_1^2)$$

Разделим полученное уравнение  
 на  $dG$ , и произведя сокращения,

получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} + z_1 - z_2 + \frac{m \omega^2 l}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

получим рабочее уравнение. Далее  
 выберем сечения, проходящие

Важное Important  
 через катало и коцы трубки,  
 укажем, что в этом случае  $p_1 = p_2 =$   
 $= p_{атм}$ ,  $v_1 \approx 0$ ,  $z_1 - z_2 = -h$ ,

получим:

Дата

8.00

~~11.02.22~~

Date

9.00

10.00

11.00

$$-h + \frac{\rho \omega^2 l}{\rho g S} = \frac{v_2^2}{2g},$$

12.00 где  $S$  - площадь сечения трубы.

13.00 т.к.  $\frac{m}{S} = W$  (объем жидкости в

14.00 трубе), а  $\frac{W}{S} = l + h$ , последнее

15.00 уравнение перепишем в

16.00 виде:

$$17.00 -h + \frac{\omega^2 l (l+h)}{g} = \frac{v_2^2}{2g},$$

18.00

19.00

20.00 откуда скорость истечения:

Важное Important

$$v_2 = \sqrt{2g \left( \frac{\omega^2 l (l+h)}{g} - h \right)}$$

Известно из условия задачи,

Дата

Date

это  $v_2 \geq \omega l$ , тогда

$$\sqrt{2g \left( \frac{\omega^2 l (l+h)}{g} - h \right)} \geq \omega l$$

Дальше чисто математику

Дата

Date

$$\sqrt{2\omega^2 l^2 + 2\omega^2 lh - 2gh} \geq \omega l$$

$$2\omega^2 l^2 + 2\omega^2 lh - 2gh \geq \omega^2 l^2$$

$$2\omega^2 l^2 + 2\omega^2 hl - 2gh > 0$$

$$a = \omega^2; \quad b = 2\omega^2 h; \quad c = -2gh$$

$$D = b^2 - 4ac = 4\omega^4 h^2 - 4\omega^2(-2gh) =$$

$$= 4\omega^4 h^2 + 8\omega^2 gh = 4 + 8 \cdot 9 \cdot 81 =$$

$$= 82,5$$

$$l = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\omega^2 h + \sqrt{D}}{2\omega^2} = \frac{-2 + \sqrt{82,5}}{2} =$$

$$= 3,54$$

Ответ:  $l > 3,54$  м.

Важное Important